Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 03

$\sqrt{2}$

$(y-2)(3x-12)=5x^2-21x+4$

$3(x-4)(y-2)=5x^2-21x+4$

$5x^2-21x+4 \vdots 3$

$2x^2+5x^2-21x+4 \equiv_3 0$

$2x^2 \equiv_3 2$

$x^2 \equiv_3 1$

$(x-4)(y-2)=\frac{5x^2+4}{3}$ — целое

$5x^2-21x+4=(x-4)(5x-1)$

$(y-2)(3x-12)=(x-4)(5x-1)$

$3(y-2)(x-4)=(x-4)(5x-1)$

$\left[\begin{array}{l} 3(y-2)=5x-1 \\ x-4=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=4,\ y-\text{любое}. \\ 3(y-2)=5x-1 \end{array}\right.$ (1)

(1) $3y-6=5x-1$

$3y=5x+5$

$5(x+1)=3y$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{5}y - 1 \\ y = \frac{5}{3}(x+1) \end{cases}$$

Ответ: $x = 4$, y - любое или y кратно 5,

$x = \frac{3}{5}y - 1$

$$\left| \frac{x(x^2-3) + (x+2)^2 - (x^3+6)}{x + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - 1} \right| = a^2 + 1$$

$$\left| \frac{x^3 - 3x + x^2 + 4x + 4 - x^3 - 6}{x + \sqrt{9} - 1} \right| = a^2 + 1$$

$$\left| \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} \right| = a^2 + 1$$

$$\left| \frac{(x+2)(x-1)}{x+2} \right| = a^2 + 1$$

$$\begin{cases} |x-1| = a^2 + 1 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1 = a^2 + 1 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1 \neq 1 - x = a^2 + 1 \\ x - 1 < 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = a^2 + 2 \\ x \neq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} -x = a^2 \\ x \neq -2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = a^2 + 2 \\ -x = a^2 \end{cases} \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = a^2 + 2 \\ \begin{cases} x = -a^2 \\ x \neq -2 \end{cases} \end{cases}$$

Тогда при любом a x может быть равен a^2+2, а то есть принимать положительное значение.

Ответ: при $a \in \emptyset$.

olymp.bmstu.ru

№1

Пусть скорость Софии — a, Ромы — r, Арсения — s (всё в кг/мин).

$$\begin{cases} \frac{0,5}{s+a} = 9 \\ \frac{0,5}{r+a} = 12 \\ \frac{0,5}{s+r} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{18} = s+a \\ \frac{1}{24} = r+a \\ \frac{1}{36} = s+r \end{cases} \Rightarrow s+a+r = \frac{\frac{1}{18}+\frac{1}{24}+\frac{1}{36}}{2} =$$

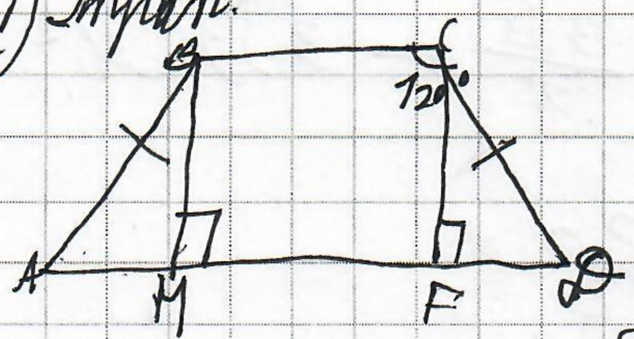
$$= \frac{4+3+2}{144} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$$

Тогда $\frac{1 кг}{s+a+r} = 16$ мин

Ответ: за 16 минут.

№6

1) Случай.



$\angle ABM = 30°$, $S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BM = \frac{1}{4} AB \cdot \sqrt{3} AB =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 = S_{CDF} \Rightarrow S_{ABM} + S_{CDF} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB^2$

$S_{BCFM} = BC \cdot MF = (6 - 2AB) \cdot \sqrt{3} AB$

$S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2 + (6 - 2AB) \cdot \sqrt{3} AB = 6\sqrt{3} \cdot AB - \frac{3\sqrt{3}}{2} AB^2$

Тогда S_{ABCD} max $\Rightarrow \left(6\sqrt{3} \cdot AB - \frac{3\sqrt{3}}{2} AB^2\right)$ max

т.к. $AB > 0$, $\left(6\sqrt{3} AB - \frac{3\sqrt{3}}{2} AB^2\right)$ max.

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$(4AB - AB^2)$ max

$AB^2 - 4AB$ min

$AB^2 - 4AB + 1$ min

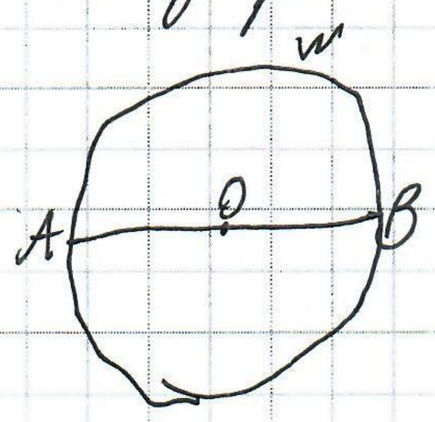
$(AB - 1)^2$ min

$(AB - 1)^2 = 0$

$AB = 1$

$S_{ABCD} = 6\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ м²

2) $S_{полукр.}$



$S_{полукр.} = \frac{1}{2} S_{кр.}$

$S_{кр.} = \pi R^2$

$2\pi R = AB$

$R = \frac{AB}{2\pi}$

$AB = 2\sqrt{3\pi}\sqrt{3}$

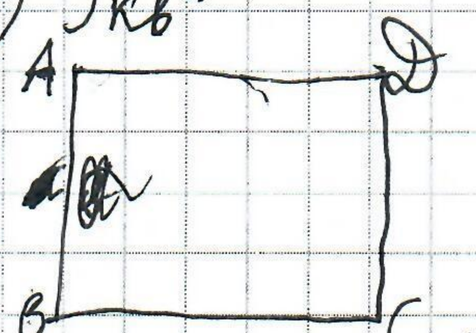
$R = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}$

$S_{полукр.} = \pi r^2$

$r = \frac{1}{2} AB$

$S_{полукр.} = \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 2^2 \left(\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}\right)^2 = \pi \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\pi} = 3\sqrt{3}$ м²

3) $S_{кв.}$



$S_{ABCD} = AB \cdot BC$

$2AB + BC = 9\sqrt{3}$

$2S_{ABCD} = 2AB \cdot BC$

$2(S_{ABCD}) \geq 2S_{ABCD}$ max $\Rightarrow 2AB \cdot BC$ max,

$2AB + BC = const \Rightarrow 2AB = BC \Rightarrow S_{ABCD} = BC = \frac{9\sqrt{3}}{2}$,

$AB = \frac{9\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD}$ max $= \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{8}$ м²

olymp.bmstu.ru

7) Пусть используется a трапециевидных, b пятиугольных и c квадратных. Тогда

$$\begin{cases} a \geq 1 \\ b \geq 2 \\ c \leq 12 \\ c \geq 0 \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ \frac{9\sqrt{3}}{2}a + 3\sqrt{3}b + \frac{81\sqrt{3}}{8}c = 150\sqrt{3} \quad | : 3\sqrt{3} \\ 3a + 2b + 6c \ \min \end{cases}$$

$$\frac{3}{2}a + b + \frac{27}{8}c = 50$$

$$12a + 8b + 27c = 400$$

$$3a = \frac{400 - 8b - 27c}{4}$$

$$\begin{cases} 400 - 8b - 27c \vdots 12 \\ 400 - 8b - 27c \geq 1 \\ \frac{400 - 8b - 27c}{4} + 2b + 6c \ \min \\ c \geq 0 \\ c \leq 12 \\ b, c \in \mathbb{Z} \\ b \geq 2 \end{cases}$$

① $400 - 8b - 27c \vdots 12$

$$\begin{cases} 400 - 8b - 27c \vdots 4 \\ 400 - 8b - 27c \vdots 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} -27c \underset{4}{\equiv} 0 \\ 400 - 8b \underset{3}{\equiv} 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c \underset{4}{\equiv} 0 \\ b \underset{3}{\equiv} 2 \\ b \underset{3}{\equiv} 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \geq 2 \\ b \overset{3}{:} \\ b \geq 2 \\ c \geq 0 \\ c \leq 12 \\ c \overset{4}{:} 0 \\ b, c \in Z \\ 8b + 27c \leq 399 \\ 100 - \frac{3}{4}c \to \min \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \overset{3}{:} 2 \\ c \in \{0; 4; 8; 12\} \\ c \to \max \\ 8b + 27c \leq 399 \end{cases}$$

При $c = 12$, $b = 2$ $8b + 27c = 340 \leq 399$,

$c \to \max \Rightarrow c = 12$, $b = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow$ стоимость

$100 - \frac{3}{4}c = 100 - 9 = 91$ $3a + 2b + 6c = 15 + 4 + 72 = 91$ у. е.

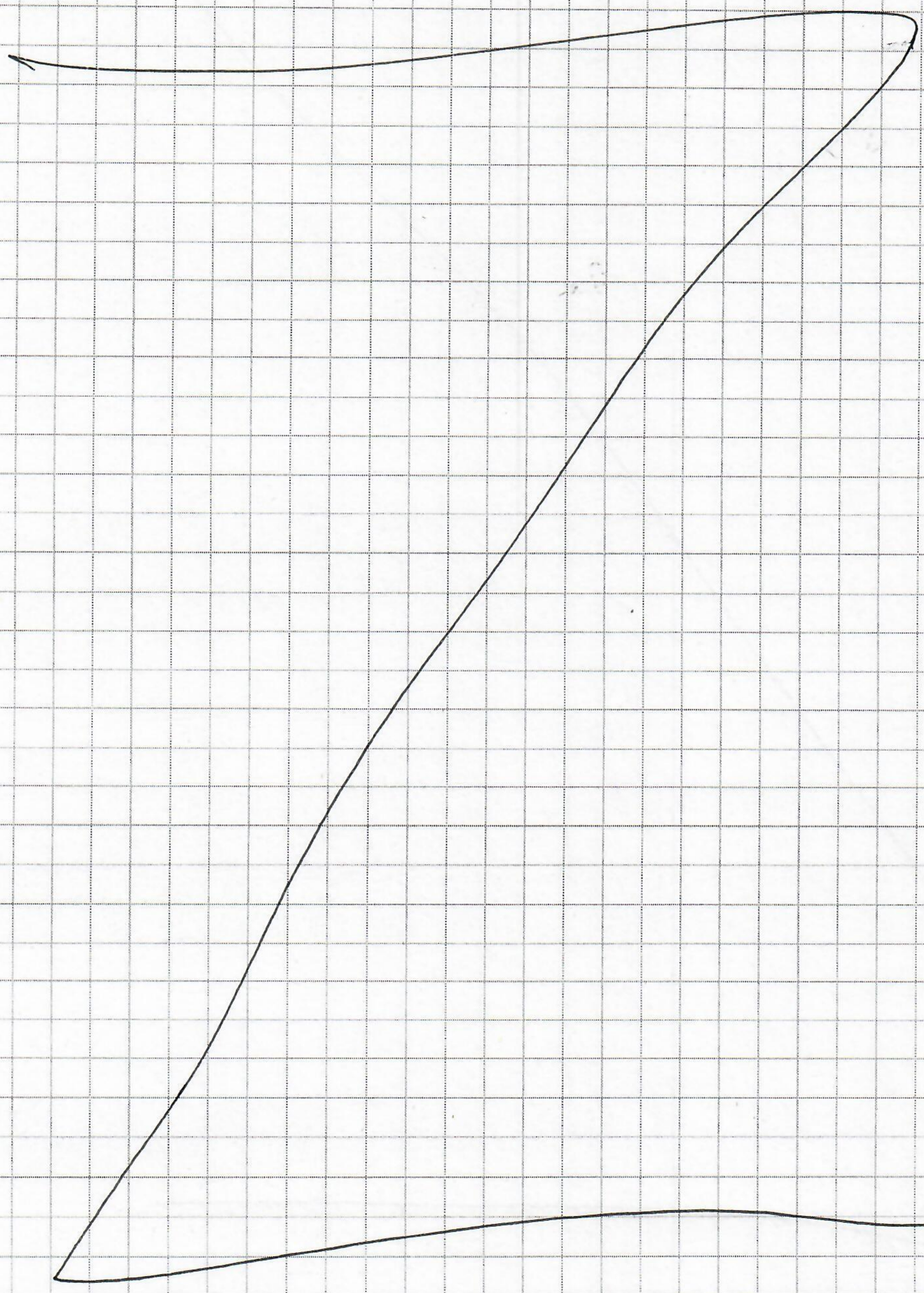
Ответ: 91 у. е.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____



Можно использовать оборот листа для записи решений

